

# 信号源抵抗と負荷抵抗の関係 最大電力伝送をLTspiceで確認

信号源からの電力を、負荷が最大に利用できる条件は、負荷抵抗の値が信号源抵抗（インピーダンス）と等しい時・・・ということはよく知られている。このことを一度は（学生の頃に）証明した記憶があるかもしれないが、いまさら面倒だから・・・、とはいっても念のため計算してみよう。

さらに、LTspiceを使ってグラフで視覚的に確かめつつ、.measによる計算でも確認してみる。

本トピックはアナログ・デバイス株式会社のWeb-Page「一緒に学ぼう！石井聡の回路設計WEBラボ」<TNJ-041>を参考にしました。

## 復習を兼ねて・・・計算してみる

基本回路を下図に示す。  
 $V_0$ は信号源の電圧、  
 $r$ は信号源の（内部）抵抗、  
 $R$ は負荷抵抗、  
 $I$ は回路に流れる電流、  
 $V_R$ は負荷Rにかかる電圧。



$V_R$ と $I$ は以下のようにあらわすことができる

$$V_R = \frac{R}{r+R} V_0$$

$$I = \frac{V_0}{r+R}$$

$P_R$ で消費される電力 $P_R$ は以下のように書くことができる

$$\begin{aligned} P_R &= V_R \cdot I \\ &= \frac{R V_0}{r+R} \cdot \frac{V_0}{r+R} \\ &= \frac{V_0^2 R}{(r+R)^2} \end{aligned}$$

この計算に関連する「TNJ-041」の一部を抜き出して要約すると・・・

最大電力伝送の条件「信号源抵抗 = 負荷抵抗」は電気通信分野ではよく知られていて・・・これを解くためには（電力の式を）負荷抵抗で1回微分（回路計算では定番といえる）が必要です。

と書いてあるので、以下に微分の計算と、その微係数を0とおくことで「最大電力」（極大点）の条件を求めていく。

$$\begin{aligned} \frac{dP_R}{dR} &= \frac{d}{dR} \frac{V_0^2 R}{(r+R)^2} \quad \text{定数} \\ &= V_0^2 \frac{d}{dR} \frac{R}{(r+R)^2} \end{aligned}$$

微分の中身だけ取り出すと

$$\begin{aligned} \frac{d}{dR} (R \cdot (r+R)^{-2}) \\ = 1 \cdot (r+R)^{-2} + R \cdot (-2)(r+R)^{-3} \cdot (1) \end{aligned}$$

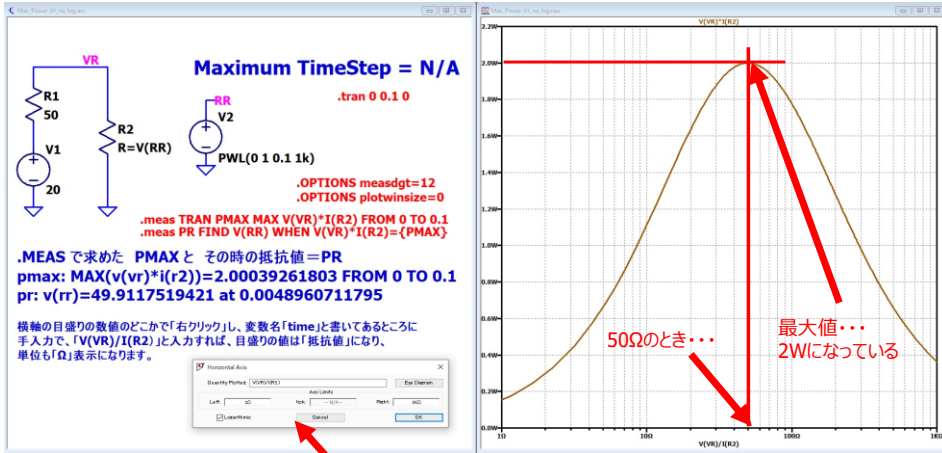
$$= (r+R)^{-3} \cdot \{(r+R) - 2R\}$$

$$\begin{aligned} \frac{dP_R}{dR} = 0 \quad \text{とおいて} \\ (r+R) \neq 0 \quad \text{だから} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} r+R - 2R &= 0 \\ \therefore r &= R \end{aligned}$$

負荷抵抗の電力最大になる条件は  $R=r$  であることが示された。

# LTspiceを使って、グラフで確認



負荷抵抗の値をBRを使って、電圧値を抵抗値に置き換える手法を利用している。

グラフの横軸を抵抗値にするには、横軸の目盛りの上でマウスの右クリックをし、「Quantity Plotted」の窓の中に「V(VR)/I(R2)」と入力し、左下の「Logarithmic」のチェックボックスにチェックを入れる。「Left」と「Right」は表示したい範囲を設定する。

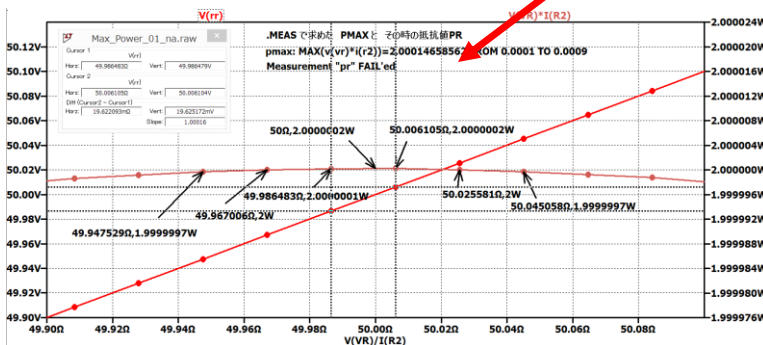
# .measを使って、数値を確認

回路図中に「.meas コマンド」として、以下の2行を配置する。  
 (前頁の例題にも記入してある)

```
.meas TRAN PMAX MAX V(VR)*I(R2) FROM 0 TO 0.1
.meas PR FIND V(RR) WHEN V(VR)*I(R2)={PMAX}
```

1行目は、最大電力の値を求めている。  
 2行目は、1行目の結果を使って、最大電力になるときの負荷抵抗の値を求めている。

シミュレーションコマンド・・・「.TRAN」の「Maximum TimeStep」の設定値によっては、2行目の計算ができないことがある。



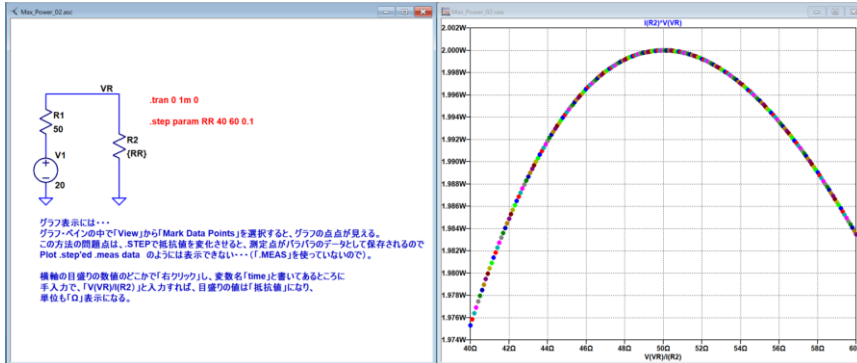
この.measの結果を見ると・・・  
 最大電力の値が2.000146・・・となっているが、グラフ上のカーソルからの読み取りでは、そのような値になるポイントが存在しない(グラフ上で、マウスの右クリックから「View>Mark Data Points」とすると、シミュレーションデータのあるポイントを●印で表示する)。

この現象は・・・データポイントの曲線近似から何らかの補間データを使っており、その補間データの値に許容誤差範囲に実際の測定ポイントがないと、「FAIL'ed」表示している・・・と推測できる。

なお、.measで計算した結果から、シミュレーションのポイントを探すような場合には、Maximum TimeStepを小さくする(シミュレーション時間が長くなる)手法があるが、決定的な設定値はない。

# .stepを使って、グラフで確認

最も直感的な方法として、負荷抵抗の値を「.step」で値を変化させる手法がある。このシミュレーション結果は、デフォルト設定では、プロットのポイントが極小の点で表示されるので、グラフとして認識することはできない。STEPの点同士が線でつながらない。Pointを表示するためには、グラフ表示には・・・グラフ・ペインの中で「View」から「Mark Data Points」を選択すると、グラフの点点が見える。  
 この方法の問題点は、.STEPで抵抗値を変化させると、測定点がバラバラのデータとして保存されるのでPLOT .MEAS'ed .STEPed data のようには表示できない・・・（「.MEAS」を使っていないので）。  
 横軸の目盛りの数値のどこかで「右クリック」し、変数名「time」と書いてあるところに手入力で、「V(VR)/I(R2) 」と入力すれば、目盛りの値は「抵抗値」になり、単位も「Ω」表示になる。



# Plot .step'ed .meas dataで確認

この手法も「.step」を使うが、「.meas」と併用することで、「Plot .step'ed .meas data」を利用できる。  
 まず、このシミュレーションを1回RUNして、[Ctrl]+[L]で Error-Log を表示し、Log の枠の中で「マウス・右クリック」で、Plot .step'ed .meas data をクリックし、新たに表示される枠の中で、右クリック(& もし他の.measコマンドを使っていたら・・・Add Traces で PW を選択。) 横軸が「Ω」の表示になる。  
 しかし、この手法では、計算結果の最大電力をもとに、その時の負荷抵抗値を逆算することはできない。

